Análisis del desempeño estudiantil en el uso de los métodos de solución de sistemas de ecuaciones lineales

*Analysis of students´ performance when they use*

*methods of linear equations systems*

**Cruz Elena Ibarra Carrillo**

Universidad Tecnológica Gral. Mariano Escobedo, México

[cibarra@ute.edu.mx](mailto:cibarra@ute.edu.mx)

Resumen

Las ciencias exactas están presentes en la formación de todo ingeniero y las matemáticas tienen fuerte presencia en el currículo de Técnico Superior Universitario (TSU) en Mecatrónica área Automatización, carrera del Subsistema de Universidades Tecnológica y Politécnicas. Este trabajo de investigación se centró en valorar el desempeño y aprendizaje de los estudiantes respecto a los métodos de solución de los sistemas de ecuaciones lineales que deben ver en la asignatura de primer cuatrimestre llamada Álgebra Lineal. Se tomó de referente la teoría APOE que han desarrollado y aplicado investigadores como María Trigueros y Asuman Oktaç de trayectoria nacional en el campo de la Matemática Educativa. Para este trabajo de investigación se tomó como muestra dos grupos con 27 y 22 alumnos de primero y segundo cuatrimestre respectivamente; se les aplico un cuestionario incluyendo un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas que debieron resolver por alguno de los métodos desarrollados en la asignatura de Algebra Lineal. Los alumnos del segundo cuatrimestre limitaron sus respuestas a dos métodos mientras que el grupo de primero amplió sus opciones y utilizaron la Regla de Cramer y el Método de Gauss – Jordan para obtener la solución del sistema de ecuaciones lineales dado. El uso de éstos no les garantizó llegar a la solución correcta y puso de manifiesto que en un 79 % de los alumnos, el aprendizaje no fue significativo y estuvieron latentes errores de diferente índole los cuales para este reporte de investigación fueron clasificados en términos de la descomposición genética que se hizo del Método de Suma y Resta, la Regla de Cramer y el Método de Gauss – Jordan considerados en el currículo de la carrera.

Palabras claves: Sistemas de Ecuaciones Lineales, métodos, teoría APOE, descomposición genética, acción.

Abstract

The exact sciences are present in the training of every engineer and mathematics has a strong presence in the curriculum of Senior University Technician (TSU) in Mechatronics area Automation, career of the Subsystem of Technological and Polytechnic Universities. This research was focused on assessing the students’ performance and learning of the methods of solving the systems of linear equations that they have to study in the first semester subject called Linear Algebra. The theory APOE, which was developed and applied by researchers such as Maria Trigueros and Asuman Oktaç of national trajectory in the field of Educational Mathematics, was considered as reference for this work. Two groups with 27 and 22 students of the first and second semesters were taken as samples. A questionnaire was applied to them, which included a system of linear equations with two unknowns that they had to solve by any of the methods developed in the subject of Linear Algebra. The second semester students limited their responses to two methods while the first group expanded their options using the Cramer's Rule and the Gauss-Jordan Method to obtain the solution of the given system of linear equation. The use of these methods did not guarantee any of the groups to find the correct solution. The results obtained were that 79% of the students did not reach a significant learning and that they also showed latent errors of different nature. The errors were classified in terms of the genetic decomposition that was made of the Addition and Subtraction Method, the Cramer's Rule and the Gauss-Jordan Method considered in the career curriculum.

Key words: Systems of linear equations, methods, APOE theory, genetic decomposition, action.

**Fecha Recepción:** Julio 2016 **Fecha Aceptación:** Diciembre 2016

Introducción

La formación académica en el nivel superior para cualquier Ingeniería tiene como componente esencial cursos de las ciencias exactas destacando asignaturas del ramo de las matemáticas como lo es el Álgebra Lineal. El propósito de incluir una asignatura como ésta dentro del currículo de la carrera, es brindar las herramientas matemáticas necesarias para desarrollar y complementar temas afines a una especialidad elegida.

La carrera de Técnico Superior (TSU) en Mecatrónica área Automatización de la Universidad Tecnológica Gral. Mariano Escobedo trabaja con el plan de estudios diseñado en el Modelo de Competencias que distribuye a nivel nacional el Subsistema de Universidades Tecnológicas y Politécnicas de la SEP e incluye la asignatura llamada Álgebra Lineal que se imparte en el primer cuatrimestre de la carrera.

El programa de la materia establece como objetivo de la asignatura que “*el alumno resolverá problemas matemáticos a través del uso del álgebra, matrices y sistemas de ecuaciones para contribuir en la toma de decisiones en su entorno profesional y cotidiano*” ver ANEXO.

Inmersos en el Modelo de Competencias donde se pondera el desempeño del estudiante por encima de su conocimiento, se reduce el tiempo de exposición, presentación o desarrollo de teoría en cada asignatura del plan de estudio. En este caso la asignatura está diseñada con cuatro unidades de las cuales, la tercera y cuarta unidad comprenden propiamente los conceptos matemáticos como ecuación lineal y sistemas de ecuaciones lineales respectivamente. El tiempo asignado para desarrollar la teoría en estas últimas unidades representa un 25%; el restante 75% del trabajo de cada unidad corresponde a la práctica del estudiante para la competencia que debe adquirir y aplicar posteriormente en Circuitos Eléctricos y Análisis de Circuitos Eléctricos asignaturas que también forman parte del currículo del TSU en Mecatrónica área Automatización y es un campo fértil para la Matemática en el Contexto de las Ciencias, que es una de las líneas de investigación presente en el escenario de la Matemática Educativa en nuestro país.

El concepto matemático de interés son los sistemas de ecuaciones lineales (SEL) el cual, junto con algunos de sus métodos de solución se aborda de manera temprana en la formación básica y obligatoria dentro de nuestro sistema educativo, tales temas se localizan en el currículo de educación básica desde 2° año de Secundaria particularmente en el bloque 5 se encuentra el tema Resolución de problemas mediante un sistema de ecuaciones (Baltazar, Ruiz Flores, Ojeda A., 2016). Los autores a través del planteamiento de un problema y una secuencia de preguntas enmarcan el camino para construir la ecuación lineal y para reforzar el tema los autores plantean al estudiante enumerar una lista de enunciados (recuadro inferior) que corresponde de acuerdo a la Secuencia del Método de Suma y Resta.

|  |
| --- |
| Integración |
| En grupo, con ayuda de su profesor, ordenen los siguientes pasos con los que podrán resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas.  ( ) El valor obtenido se sustituye en una de las ecuaciones iniciales y se resuelve.  ( ) Se resuelve la ecuación resultante.  ( ) Se suman o restan las ecuaciones y se elimina una de las incógnitas.  ( ) Se comprueba la solución sustituyendo los valores en las ecuaciones originales.  ( ) Se multiplica una o ambas ecuaciones, si es necesario, por los números convenientes.  Este procedimiento recibe el nombre de Método de Suma y Resta. |

En este libro el autor no utiliza el concepto de Ecuaciones Equivalentes comprensible quizás porque en esta etapa de educación básica el alumno más que aprender el método, está “aprehendiendo” el lenguaje matemático es decir, el lenguaje algebraico.

En el nivel medio superior hay un reencuentro inmediato con el tema de sistemas de ecuaciones lineales como se pudo verificar en el libro de primer semestre (Nava, A., Vázquez, A., Cuéllar J., Leal M., Rodríguez, S., 2016) que utilizan los estudiantes de preparatoria de la UANL. En este caso, los autores incorporan pero el concepto de ecuación equivalente ya está presente en el discurso matemático en este nivel educativo, incluyen el método gráfico para valorar todas las posibilidades de solución de un sistema de ecuaciones lineales.

Con estos antecedentes de formación el alumno se incorpora al nivel Superior que nos compete. La libertad de cátedra permite al docente presentar y desarrollar el concepto matemático según su experiencia, donde el concepto de ecuación equivalente y los principios que las generan son el punto de partida para repasar el Método de Suma y Resta.

Este trabajo está centrado en el aprendizaje y no en el proceso de enseñanza aunque para permear en el tema, algunos docentes preservan la enseñanza tradicional por ser el modelo educativo en que fuimos educados y formados la generación de profesionistas egresados en la década de los noventas. En este esquema de trabajo se prioriza la memorización y mecanización de operaciones, es decir *“se beneficia el modo aritmético - analítico” (*Betancourt, 2009, p. 18) aunque los docentes lo adaptan al modelo basado en Competencias al darle una fuerte carga de ejercicios para que practique el estudiante.

Puesto que el objetivo de un curso de Álgebra Lineal es brindar las herramientas matemáticas necesarias para encontrar la solución de un sistema de ecuaciones lineales surge la inquietud como docente e investigador, de valorar el desempeño que muestran los estudiantes al poner en práctica alguno de los métodos de su elección, para obtener la solución al sistema de Ecuaciones lineales de 2x2.

Para valorar el desempeño y aprendizaje logrado en los alumnos que participaron en este proyecto se tomó como marco de referencia la teoría APOE (Acción, Proceso, Objeto, Esquema) cuyos fundamentos teóricos son descritos en una variedad de artículos en el ámbito de la Matemática Educativa. La elección para este referente se da porque *“en la teoría APOE se hace una construcción o modelo para hablar únicamente de la manera en la que se construye o se aprenden conceptos matemáticos, en particular los que corresponden a la matemática que se introduce en la educación superior*” (Trigueros, 2005, p. 7). Fuera del contexto de aplicaciones de sistemas de ecuaciones lineales, esta teoría se enfoca en los conceptos matemáticos que pueden manipularse con operaciones concretas (*acciones*) que, bajo una secuencia específica dichas acciones conducen a construir un *proceso.* Cuando el individuo toma el control sobre la acción y la ejecuta para cumplir con una meta entra en la etapa de *proceso*  sobre el concepto matemático en cuestión lo manipula como *objeto* y en la interrelación de procesos conduce a un *esquema* o integración de conocimientos “*que están ligadas consciente o inconscientemente en la mente del individuo”* (Trigueros, 2005, p. 15). A la luz de esta teoría algunos esquemas bien se pueden asociar con los *“métodos” sui géneris* que desarrolla cada individuo una vez que se apropia y domina un concepto o tema en particular.

Siguiendo la línea que establece la teoría APOE se empieza por hacer la *descomposición genética* del concepto matemático de interés, es decir, la descripción de los aspectos constructivos (acciones y procesos) subyacentes para cada esquema presente en los Métodos de Solución a los Sistemas de Ecuaciones Lineales.

La descomposición genética que se haga de un concepto matemático no es única o absoluta *“pueden coexistir varias descomposiciones genéticas de un mismo concepto”* (Trigueros, 2005, p. 8) dependiendo del análisis teórico y la experiencia del docente-investigador así que, la descomposición genética para los métodos de interés en esta investigación son el Método de Suma y Resta, Método de Gauss – Jordan y Regla de Cramer se describen a continuación.

**Método de Eliminación (Reducción) o Suma y Resta.**

Para construir la descomposición genética se requiere precisar que “*una acción es una transformación… que se lleva a cabo como una reacción a una indicación que da información precisa sobre los pasos que se van a seguir”* (Trigueros, 2005, p. 8) por lo que a criterio personal, en la siguiente secuencia de bloques se presentan las acciones que una vez articuladas pueden constituir el proceso o serie de procesos los cuales con una meta específica constituyen el esquema del método en cuestión.

Descomposición genética del método de Suma y Resta aplicado a un sistema de 2 ecuaciones lineales con 2 incógnitas.

Llamaremos Acción 0 (cero) al procedimiento de aplicar las operaciones aritméticas: suma, resta, multiplicación y división de números reales que se interrelaciona con las acciones anteriormente descritas, por otro lado, la acción 4: *Despejar una incógnita* bien puede considerarse como un *esquema* de la iteración de la acción 1 en una ecuación lineal con una incógnita.

El *proceso* en esta descomposición se ensambla al seleccionar el escalar adecuado y necesario para obtener la ecuación equivalente que conlleve a la eliminación de alguna de las incógnitas.

**Regla de Cramer**

La Regla de Cramer método está basado en el uso de determinantes; se introduce en el nivel superior aunque algunas instituciones del nivel Medio Superior lo incluyen dentro de su currículo; el autor Baldor (2012) en su libro de Álgebra lo presenta de manera escueta y asilada sin considerar su relación con una matriz cuadrada que, si bien no es relevante en este nivel Medio Superior, en una amplia variedad de textos del Álgebra Lineal, el antecedente de determinantes es la teoría de matrices y sus operaciones.

La Descomposición Genética de la Regla de Cramer se esquematizó de la siguiente manera.

Llamaremos Acción 0 (cero) la intervención de las operaciones aritméticas implícitas en el cálculo del determinante o en el cociente.

**Método de Gauss – Jordan**

No se tiene información si éste método se utiliza en el nivel Medio Superior pero forma parte de nuestro curso de interés: Algebra Lineal. En la práctica docente se puede presentar éste método como la versión simplificada del Método de Suma y Resta en el cual, la ecuación lineal pone en “modo oculto” cada literal de las incógnitas del sistema y solo se manipulan los coeficientes del sistema y sus resultados en una matriz aumentada, aplicando las operaciones permitidas en la teoría de ecuaciones equivalentes que conlleven al renglón cuya interpretación final será y , es decir los valores de las incógnitas presentes en el sistema.

Ahora bien, si en el alumno no existe esa reflexión interiorizada y abstracta del Método de Suma y Resta, entonces el Método de Gauss – Jordan queda en el nivel de operaciones numéricas para generar matrices equivalentes a partir de un conjunto de reglas llamadas Transformaciones Elementales de matrices. Estas transformaciones tiene como fin obtener la matriz identidad en lado de los coeficientes la matriz aumentada y el lado izquierdo de la matriz, quedar con los resultados finales o solución de las incógnitas del sistema de ecuaciones lineales dado.

Autores como (Kolman, B., Hill E, Fernando., Sullivan, M., Thomas, G. Jr., 2007) en su libro muestran detalladamente éste procedimiento.

Para este trabajo de investigación la descomposición genética del Método de Gauss – Jordan se estructuró de la siguiente forma.

Es conveniente comentar sobre la renuencia que hay por parte de los alumnos para incluir este método en las evaluaciones tradicionales en el curso de Álgebra Lineal, de igual manera investigadores nacionales (Gómez, 2006) citado en Betancourt (2009), reportan que *“La eliminación gaussiana… ofrece dificultad a algunos alumnos por la aritmética fraccionaria que habitualmente resulta en su desarrollo”* (p. 9).

**Métodología**

La investigación es de índole cualitativa y cognitiva desde el momento en que se busca identificar los patrones de desempeño de los jóvenes estudiantes durante el proceso de ejecución de la prueba.

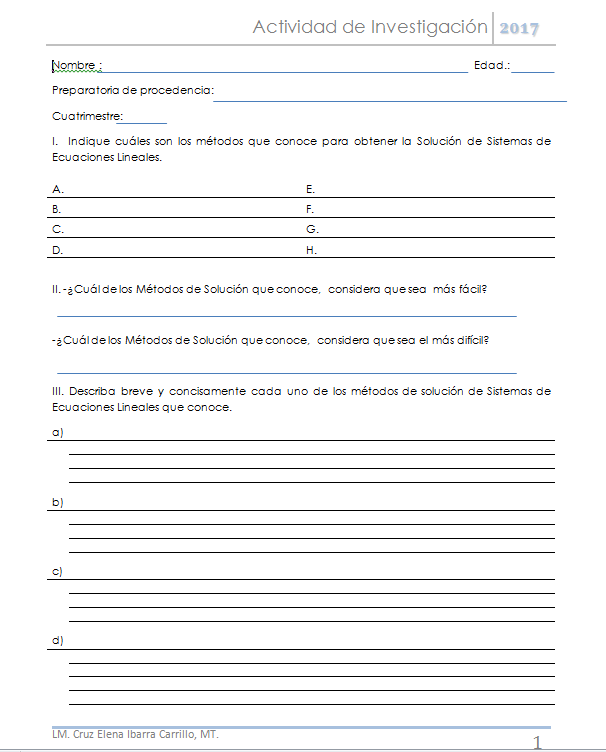
Se aplicó un cuestionario a estudiantes de la carrera de Mecatrónica área Automatización.

Se trabajó con dos grupos de primero y segundo cuatrimestre.

El grupo de 1° cuatrimestre se encontraba cursando la asignatura de Algebra Lineal, habiendo concluido el tema referente a los métodos de solución de sistemas de ecuaciones lineales.

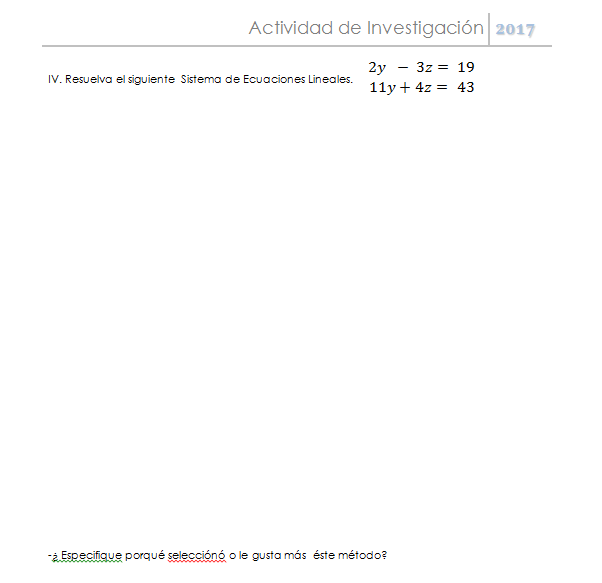
El grupo de 2° cuatrimestre ya había acreditado la asignatura de Álgebra Lineal y por ende, ya había practicado los métodos descritos.

Se elaboró un cuestionario (ver Fig. 1) para identificar las preferencias del estudiante sobre algunos de los métodos de solución.



**Figura 1.**  Cuestionario aplicado a los alumnos.

Se consideró trabajar con un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas (Fig. 2) para invertir “poco” tiempo en esta actividad de investigación. La instrucción fue escuetamente “resolver el sistema de ecuaciones lineales dado”, brindando al estudiante la oportunidad de utilizar cualquier método y detectar sus preferencias.



**Figura 2.**  Problema planteado a los alumnos.

El tiempo asignado para dar solución fue de 50 minutos.

**Resultados**

La descomposición genética condujo de manera natural hacia una clasificación y detección de errores en el desempeño de cada estudiante durante el proceso de resolver el sistema de ecuaciones lineales de 2x2.

La siguiente tabla contiene el número de estudiantes que lograron desarrollar cada acción de manera correcta o incorrecta según el método que utilizaron.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **MÉTODO DE SUMA Y RESTA**  **12** alumnos | **Acción 0** | **Acción 1** | **Acción 2** | **Acción 3** | **Acción 4** | **Solución Correcta** |
| Correctamente | 6 | 10 | 8 | 9 | 6 | **6** |
| Incorrectamente | 3 | 6 | 3 | --- | --- |  |
| **REGLA DE CRAMER 8** alumnos | **Acción 0** | **Acción 1** | **Acción 2** | **Acción 3** | **Acción 4** | **Solución Correcta** |
| Correctamente | 3 | 6 | 3 | 4 | 3 | **3** |
| Incorrectamente | 0 | 2 | 3 | 1 | ---- |  |
| **MÉTODO DE GAUSS – JORDAN**  **10** alumnos | **Acción 0** | **Acción 1** | **Acción 2** | **Acción 3** | **Acción 4** | **Solución Correcta** |
| Correctamente | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | **1** |
| Incorrectamente | 3 | 8 | 2 | 1 | --- |  |
| **OTROS DESARROLLOS 7** alumnos | **3** jóvenes utilizaron técnica de Ensayo y Error, sin éxito.  **4** jóvenes usaron método de sustitución con fallas aritméticas | | | | |  |
| **NINGÚN MÉTODO 12** alumnos | **NO** intentaron operación alguna. | | | | |  |

**Tabla 1.** Resultados del desempeño de estudiantes.

De la tabla se pueden destacar la siguiente información.

1. El Método de suma y resta fue el de mayor uso entre los estudiantes, cabe mencionar que fue de mayor preferencia entre los alumnos del 2° cuatrimestre.
2. Los alumnos de primer cuatrimestre quienes se encontraban cursando la materia Algebra Lineal fueron quienes se inclinaron por Gauss – Jordan y Cramer.
3. El Método más efectivo fue Suma y Resta ya que el 60% de las respuestas correctas se obtuvieron usando este método.
4. El 50% de los alumnos que usaron el Método de Suma y Resta no pudieron concretar las acciones 3 y 4 correspondientes a la suma de ecuaciones equivalentes y despejar cada incógnita resultante.
5. En la Regla de Cramer si bien el 75% de los alumnos plantearon adecuadamente los determinantes, no todos pudieron concretar la operación de calcularlos correctamente.
6. En el Método de Gauss Jordan, la acción 2 consistente en multiplicar el renglón por un escalar se vio empañada cuando algunos alumnos no multiplicaron dicho valor en la última columna asociada a los resultados de las ecuaciones.
7. Quienes se inclinaron por el método de Gauss – Jordan solo dos de diez pudieron avanzar en el *proceso* de obtener la matriz identidad uno de ellos para obtener el resultado correcto del sistema y el segundo no.

Dado que la prueba de investigación carecía de valor para la evaluación del alumno en cualquier asignatura en turno, la abstención del 25% es significativa porque el alumno tiene conciencia y acepta sus “fallas” en el aprendizaje en cualquiera de estos métodos. Los alumnos del 2° cuatrimestre fueron quienes tuvieron el valor de mencionarlo en el cuestionario con una nota de disculpa sobre su falta participación en la prueba.

No se realizó una descomposición genética del método de Ensayo y Error o el de Sustitución porque no estaban considerados en la premisa original de esta investigación.

**Discusión**

A pesar de ser el Álgebra Lineal y particularmente los sistemas algebraicos lineales un tema recurrente en las investigaciones de la Matemática Educativa (Betancourt, 2009), (Trejo, Camarena, 2009), (Trigueros, Oktaç, 2010) cada enfoque ofrece una visión diferente del concepto matemático y este trabajo pone en evidencia que sigue vigente la problemática en el aprendizaje de los métodos de solución para los Sistemas de Ecuaciones Lineales como lo menciona en su tesis de maestría *“la experiencia y las investigaciones muestran que aún en el nivel superior persisten las dificultades con los cálculos aritméticos, e interpretaciones erróneas sobre conceptos como solución o sistemas de ecuaciones lineales”* (Betancourt, G, 2009, p. 8).

El instrumento de investigación permitió cumplir con el objetivo de apreciar las preferencias de los alumnos en cuanto al método seleccionado y valorar el nivel de comprensión del proceso en términos del desempeño en las acciones identificadas en cada método pero, puede diseñarse con el enfoque de la descomposición genética es decir, en las diferentes etapas del proceso de solución para valorar de manera seccionada el desempeño del alumno en cada *acción* faltante o subsecuente del proceso dado que es *“una herramienta potente para desentrañas las construcciones mentales involucradas”* (Trigueros, Oktaç, 2010, p. 383)en construcción del esquema asociado a cada método de solución para sistemas de ecuaciones lineales*.*

Dentro de las limitaciones que se pueden identificar en este trabajo está por un lado, la falta de el compromiso por parte de los estudiantes para participar en este proyecto dado que no cursaban la asignatura de Álgebra Lineal y por otro lado se asumió que los alumnos del 2° cuatrimestre si habían visto o desarrollado todos los métodos de solución para sistemas de ecuaciones lineales.

**Conclusiones**

A pesar de la preparación académica brindada a los jóvenes durante el cuatrimestre en curso o que ya habían concluido su asignatura el cuatrimestre anterior, los alumnos no han podido construir su conocimiento y un alto porcentaje de ellos no han podido interrelacionar las acciones necesarias para concretar el proceso y generar el esquema o método de solución de los tres tipos que se revisaron en esta investigación.

Apenas el 20% de pudo concretar el proceso para obtener la solución del sistema de ecuaciones lineales. Esto coincide con investigaciones previas que mencionan Trejo y Camarena (2009) respecto a la preferencia del método de suma y resta que sin duda fue el más efectivo para obtener la solución del problema , pero también es preocupante que un 50% de los alumnos no haya podido resolver o llegar a la solución del sistema de ecuaciones lineales de baja complejidad y siendo recurrente la presencia del método de Suma y Resta en la trayectoria académica de un universitario lo que viene a corroborar que *“Una persona puede pasar mucho tiempo en etapas intermedias e incluso estar en una etapa de construcción para ciertos aspectos de un concepto y en otra para otros” (Trigueros, 2005, p. 7).*

Es evidente el problema de aprendizaje que muestran alumnos en los primeros cuatrimestres de la carrera de Mecatrónica área Automatización en la rama del Álgebra Lineal, dejando como tarea a los docentes del área de Ciencias Básicas realizar un análisis teórico que apoyados en la teoría APOE permita desarrollar las descomposiciones genéticas que conduzcan a la construcción de conocimientos en cada estudiante.

El ámbito educativo es un campo fértil para las investigaciones del proceso de construcción de conceptos como en la didáctica de las Matemáticas en cualquier nivel educativo como lo evidencian López y Ursini (2007) en nuestro país.

Bibliografía

Baldor, Aurelio. (2011). ALGEBRA BALDOR. Grupo Editorial Patria. Cuarta Reimpresión, pp. 296, 335.

Baltazar V, Carlos, Ruiz Flores G, Eric., Ojeda A, Luis Fernando. (2016). *Matemáticas 2.* Tercera Reimpresión. Ediciones Castillo, S. A. de C. V. pp. 220 – 230.

Betancourt González, Yani. (2009). Ambiente Computacional para apoyar la enseñanza de la resolución de sistemas de ecuaciones lineales en la educación superior. *Tesis de Maestría en Matemática Educativa*. México, Distrito Federal. Recuperado en http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/recherche/approche\_documentaire/master-betancourt.

Brousseu, G. (2000). Educación y Didáctica de las Matemáticas. *Educación Matemática. Vol. 12 (1)*, pp. 5-38. México, Editorial Iberoamérica. Recuperado de http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/Vol12/1/03Brousseau.pdf.

González H., y José, G. (2017). Implementación de circuitos eléctricos para facilitar el aprendizaje de sistemas algebraicos lineales. *Revista Iberoamericana para la Investigación y Desarrollo Educativo. Vol. 7. No. 14*. DOI: <http://dx.doi.org/10.23913/ride.v7i14.272>.

Kolman, Bernard., Hill Espinosa, Fernando., Sullivan, Michael., Thomas, George B. Jr. (2007). Álgebra para Ingeniería. *Editorial Pearson*. pp. 99 – 219.

Lehman, Charles. (2009). *ÁLGEBRA*. Editorial Limusa., pp. 337 – 371.

López P, Andrea., y Ursini, Sonia. (2007). Investigación en educación matemática y sus fundamentos filosóficos. *Educación Matemática. Vol. 19. (3),* pp. 91 – 113. Recuperado de http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40511587005.

Nava, Alejandro., Vázquez, Alma, Cuéllar Juan, Leal Mario, Rodríguez, Salvador. (2016).

*Matemáticas 1.* Tercera Reimpresión. Ediciones de Laurel, S. A. de C. V. Universidad Autónoma de Nuevo León. pp. 175 – 206.

Roa-Fuentes, Solange, Oktaç Asuman. (2010). Construcción de una Descomposición Genética: Análisis Teórico del Concepto Transformación Lineal. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. Vol. 13 (1), pp. 89 – 112. Recuperado de http://www.clame.org.mx/relime.htm

Rodríguez J, Miguel., Parraguez G, Marcela. (2013). Una Descomposición Genética Teórica para el Concepto Espacio Vectorial R2. *Actas del VII CIBEM*, pp. 1985 – 1992. Recuperado de http://cibem7.semur.edu.uy/7/actas/pdfs/495.pdf.

Romo, Avenilde., Oktaç, Asuman. (2007). Herramienta metodológica para el análisis de los conceptos matemáticos en el ejercicio de la ingeniería. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa. Vol. 10 (1)*, pp. 117 - 143. Recuperado de http://www.clame.org.mx/relime.htm.

Segura de Herrero, Sandra Mabel. (2004). Sistemas de Ecuaciones Lineales: Una Secuencia Didáctica. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa.* *Vol. 7 (1),* pp. 49 – 78. Recuperado de http://www.clame.org.mx/relime.htm.

Trejo Trejo, Elia., Camarena Gallardo, Patricia. (2011). Análisis cognitivo de situaciones problema con sistemas de ecuaciones algebraicas en el contexto del balance de materia. *Educación Matemática. Vol. 23(2),* pp. 65 – 90. Recuperado de http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40521146004.

Trigueros, María. (2005). La noción de esquema en la investigación en matemática educativa en nivel superior. *Educación Matemática. Vol. 17 (1),*  pp. 5 – 31. Recuperado de http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40517101.

Trigueros, Maria, Oktaç, Asuman. (2010). ¿Cómo se aprenden los conceptos de álgebra lineal?. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. Vol. 13 (4-II), pp. 373 – 385. Recuperado de http://www.clame.org.mx/relime.htm.

ANEXO

