Revista Iberoamericana de Producción Académica y Gestión Educativa
ISSN: 2007 - 8412

Artículos Científicos

Estrategia didáctica para la construcción de las fórmulas de las figuras geométricas básicas

Didactic strategy for the construction of the formulas of basic geometric figures

Enrique Gómez Segura
Escuela Normal Urbana Federal Prof. Rafael Ramírez de Chilpancingo, Guerrero, México
egos72@hotmail.com
https://orcid.org/0000-0002-3730-4556

Resumen

En este trabajo se presenta una experiencia didáctica desarrollada con veinte alumnos de la licenciatura en Educación Secundaria con especialidad en Telesecundaria del cuarto semestre (ciclo escolar 2017-2018) de la Escuela Normal Urbana Federal Prof. Rafael Ramírez (ciudad de Chilpancingo, Guerrero, México), con los cuales se utilizó como estrategia la modelación matemática, una representación algebraica que sirve para determinar el cálculo del área y el perímetro de las figuras geométricas básicas (rectángulo, cuadrado, triángulo, romboide, rombo, trapecio, polígono regular, circunferencia y círculo). Para ello, se consideró que, si el estudiante podía modelar las fórmulas de las mencionadas figuras, entonces tendría las bases para hacer lo mismo con las fórmulas de volumen de prismas y pirámides. El método empleado fue el inductivo, el cual consiste en la observación de las características de ciertas figuras geométricas que permiten ser generalizadas para calcular el área de otras similares en cuanto a forma, aunque de diferente tamaño. Esta metodología se puede desarrollar de manera individual o grupal, para lo cual se inicia presentando el problema, luego se formulan determinadas interrogantes para fomentar la reflexión y, por último, se invita a resolver colectivamente los ejercicios presentados. Los resultados obtenidos son satisfactorios, pues se consiguió 80 % de asertividad en la modelación matemática, aunque se debe acotar que la secuencia didáctica se debe modificar principalmente desde los polígonos regulares, para lo cual se pueden incluir videos que permitan ilustrar la descomposición de las figuras geométricas en otras conocidas y más fáciles de calcular en cuanto al área. Asimismo, vale mencionar que los jóvenes comprendieron que no solo los especialistas pueden formular expresiones algebraicas.

Palabras clave: método inductivo, modelación, secuencia didáctica.

Abstract

This paper outlines a didactic experience which was developed with twenty students from the bachelor´s degreen of Secondary Education in Telesecundaria of forth semester (school year 2017-2018) from the Federal Urban Normal School "Prof. Rafael Ramírez" (City of Chilpancingo, Guerrero, Mexico), where the mathematical modeling was used as a strategy, an algebraic representation that works to determinate the area calculation and the perimeter of basic geometrical figure (rectangle, square, triangle, rhomboid, rhombus, trapeze, regular polygon, circumference and circle). For this reason, it was considered that if the student is able to shape the formulas of the figures above-named, then he or she would have the basis to make the same process with the formulas of the volum of prisms and pyramids. The method applied was the inductive, which consists in the observation of the characteristics of certain geometrical figures, that allows them to be generalized to calculate the area of others that have similar characteristics such as the shape, no matter how different the size is. This methodolgy can be developed individually or in groups, making it necessary to start by presenting the problema, next, formulate certain questions to foster reflection and, eventually, solve the activities presented collectively. The results achieved are satisfactory, as an 80% of assertiveness was reached in mathematical modeling, althought it is necessary to note the didactic sequence must be modified, mainly from the regular polygons, so it is allowed to illustrate the decomposition of geometrical figures in other areas where it is easy to calculate. Mention also should be made of the fact that yougsters became aware that not only specialists can formulate algebraic expresions.

Keywords: inductive method, medeling, didactic sequence.

Pag
Revista Iberoamericana de Producción Académica y Gestión Educativa
ISSN: 2007 - 8412

Resumo

Este artigo apresenta uma experiência didática desenvolvida com vinte alunos do ensino médio com especialização em Telesecundária no quarto semestre (2017-2018) da Escola Normal Urbana Federal Prof. Rafael Ramírez (cidade de Chilpancingo, Guerrero, México)), com a qual a modelagem matemática foi usada como estratégia, uma representação algébrica usada para determinar o cálculo da área e o perímetro das figuras geométricas básicas (retângulo, quadrado, triângulo, romboide, losango, trapézio, polígono regular, circunferência e círculo) Para isso, considerou-se que, se o aluno pudesse modelar as fórmulas das figuras acima mencionadas, ele teria a base para fazer o mesmo com as fórmulas de volume de prismas e pirâmides. O método utilizado foi o indutivo, que consiste na observação das características de certas figuras geométricas que permitem generalizar o cálculo da área de outras de forma semelhante, embora de tamanho diferente. Essa metodologia pode ser desenvolvida individualmente ou em grupo, para o qual começa apresentando o problema. Em seguida, são formuladas algumas perguntas para incentivar a reflexão e, finalmente, convidamos você a resolver coletivamente os exercícios apresentados. Os resultados obtidos são satisfatórios, uma vez que 80% de assertividade na modelagem matemática foi alcançada, embora se deva observar que a sequência didática deve ser modificada principalmente a partir de polígonos regulares, para os quais podem ser incluídos vídeos que ilustram a decomposição das figuras geométrico em outro conhecido e mais fácil de calcular em termos de área. Também vale ressaltar que os jovens entenderam que não apenas os especialistas podem formular expressões algébricas.

Palavras-chave: método indutivo, modelagem, sequência didática.

Fecha Recepción: Febrero 2019 **Fecha Aceptación:** Julio 2019

Introducción

Gracias a la experiencia docente, se ha podido constatar que los conocimientos construidos por los propios estudiantes normalistas resultan más significativos que aquellos que solo son memorizados. Partiendo de esta premisa, en el presente trabajo se ha procurado proponer una secuencia didáctica para fomentar la reflexión y la práctica de los referidos estudiantes en torno al cálculo del área de figuras geométricas. Esta idea surgió porque en un diagnóstico previo se determinó, mediante el uso de la técnica grupal de lluvia de ideas (*brainstorming*), que la mayoría de los alumnos no sabían con certeza cómo usar las fórmulas que se debían implementar para cumplir con dicha tarea. Con esta iniciativa se intentó que los participantes se apropiaran del conocimiento ofrecido para que luego lo puedan implementar en sus lugares de trabajo.

Vale destacar que la construcción y la manipulación de las figuras geométricas son esenciales para conformar las fórmulas y para dominar el empleo de las fracciones, la sustitución de variables y la factorización, la cual se enseña desde la educación primaria, aunque se fortalece en el tercer grado de secundaria, donde se aplica por término común para calcular el área de los polígonos regulares y del círculo.

Metodología

La intervención docente se llevó a cabo a través de las siguientes acciones:

1. Se diseñó la secuencia didáctica para la construcción de las fórmulas de perímetros y áreas de las figuras básica.
2. Se presentaron las actividades por figura geométrica en el siguiente orden:
   2.1. Rectángulo: Cuadrilátero que tiene dos pares de lados paralelos y ángulos rectos.
   2.2. Cuadrado: Cuadrilátero de cuatro lados iguales y ángulos rectos.
   2.3. Triángulo: Figura geométrica de menor número de lados que generalmente se clasifica por el número de lados y la medida de sus ángulos.
   2.4. Romboide: Cuadrilátero de lados opuestos paralelos que no tiene ángulos internos rectos.
   2.5. Rombo: Tiene cuatro lados iguales, pero sin ángulos rectos.
   2.6. Trapecio: Cuadrilátero que solo tiene un par de lados paralelos.
   2.7. Polígono regular: Tiene sus lados y ángulos iguales.

2.8. Circunferencia. Es el límite del círculo.

2.9. Círculo: Es una curva cerrada cuyos puntos están a la misma distancia de otro punto fijo llamado *centro*.

La primera figura geométrica usada fue el rectángulo porque en su interior se halla construido con cuadrados que sirven para determinar la medida de su área. Luego se trabajó con el triángulo porque es la figura geométrica que sirve de base para modelar los demás polígonos.

Desarrollo de las actividades

Todas las actividades presentadas a continuación constituyen una propuesta de trabajo para desarrollar el tema *medida*, que menciona "justificación de las fórmulas de perímetro y área de polígonos regulares, con apoyo de la construcción y transformación de figuras", correspondiente al eje temático *Forma, espacio y medida*, del bloque II de primer grado de educación secundaria de acuerdo a la Secretaría de Educación Pública [SEP] (2011)

Antes de iniciar las actividades es importante rescatar las ideas de Godino (2002) que plantea:

> La geometría se ocupa de una clase especial de objetos que designamos con palabras como, punto, recta, plano, triángulo, polígono, poliedro, etc. Tales términos y expresiones designan "figuras geométricas", las cuales son consideradas como abstracciones, conceptos, entidades ideales o representaciones generales de una categoría de objetos. Por tanto, hay que tener en cuenta que la naturaleza de los entes geométricos es esencialmente distinta de los objetos perceptibles, como este ordenador, una mesa o un árbol. Un punto, una línea, un plano, un círculo, etc., no tienen ninguna consistencia material, ningún peso, color, densidad, etc.

Las tarjetas

El Manual de Geogebra y el propio software de Hohenwarter, M. y Hohenwarter, J. (2009), apoya en la construcción de las siguientes figuras geométricas.

Figura 1. Rectángulos construidos con Geogebra, versión 4.0

a) ¿Cuál figura geométrica observas? ______________________________________

b) ¿Cuántos cuadrados hay en el interior del rectángulo A?
____

c) ¿Cuántos cuadrados hay en el interior del rectángulo B?
____

d) ¿Cuántos cuadrados hay en el interior del rectángulo C?
____

A esa medida que escribiste se le llama *área*; por eso, se mencionan como “unidades cuadradas”.

e) ¿Cómo hiciste para contarlos? ____

f) ¿Hay otra forma más sencilla para contarlos? _____________________________

Simbolizando los lados

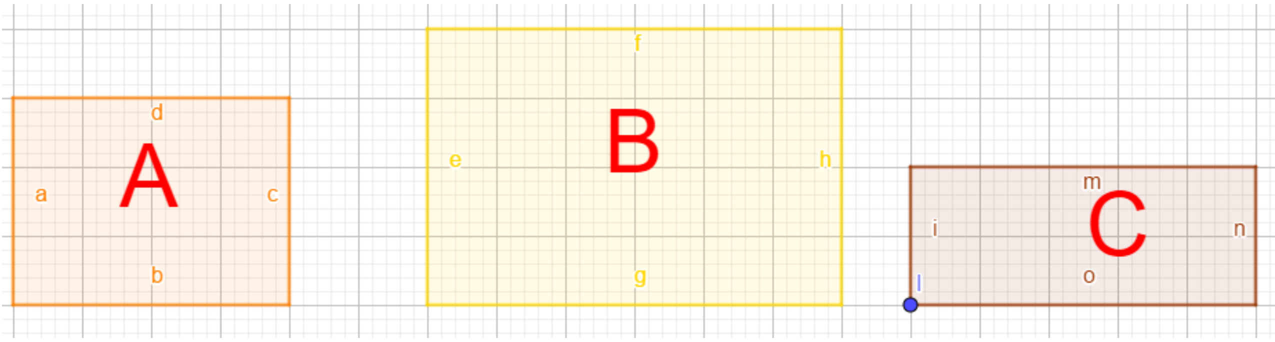


Figura 2. Rectángulos construidos con Geogebra, versión 4.0

a) ¿Qué nombre recibirá el lado inferior de cada rectángulo? ______________________

b) ¿Qué nombre recibirá el lado derecho o izquierdo de cada rectángulo? ______________________

c) ¿Qué letra se puede usar para simbolizar el lado inferior de cada rectángulo? ______________________

d) ¿Qué letra se puede emplear para simbolizar el lado derecho o izquierdo de cada rectángulo? ______________________

e) Entonces, el área de un rectángulo es igual a ______________________

f) Escribe la fórmula para calcular el área de cualquier rectángulo: ______________________

La fórmula para calcular el área del rectángulo es **A = b h**

g) ¿Cuánto mide el contorno del rectángulo A? ______________________

h) ¿Cuánto mide el contorno del rectángulo B?

____

i) ¿Cuánto mide el contorno del rectángulo C?

____

A esta medida se le llama *perímetro.*

j) ¿Cuáles son los lados iguales? ____

k) Escribe la fórmula para calcular el perímetro de cualquier rectángulo: ____________

Dependiendo de las letras utilizadas para la simbología de cada lado, la fórmula podría quedar así: $\boldsymbol{P = 2b + 2a}$.

Baldor (1992), menciona que los rectángulos están clasificados dentro de los paralelogramos y que tienen cuatro ángulos iguales y los lados contiguos desiguales. Se encuentra ubicado en el apartado 8, correspondiente a cuadriláteros, además menciona que también son paralelogramos los cuadrados, romboides y rombos.

Los cuadrados tienen todos sus lados y ángulos iguales; los romboides tienen cierto parecido con los rectángulos en cuanto a los lados, pero no, en la medida de sus ángulos y los rombos tiene parecido con los cuadrados en la magnitud de sus lados, pero no, en la medida de sus ángulos.

Los espejos de mi casa

Observa las siguientes figuras geométricas y contesta cada una de las interrogantes propuestas:

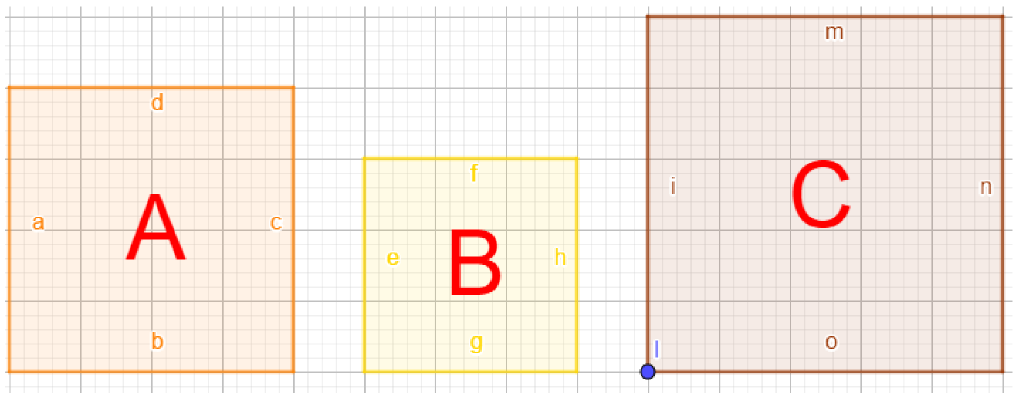


Figura 3. Cuadrados construidos con Geogebra, versión 4.0

a) ¿Qué figuras geométricas observas? ____

b) ¿Cuántos cuadrados hay en el interior del cuadrado A? ____________________________

c) ¿Cuántos cuadrados hay en el interior del cuadrado B? ____________________________

d) ¿Cuántos cuadrados hay en el interior del cuadrado C? ____________________________

A esa medida que escribiste se le llama *área*; por eso, se mencionan como “unidades cuadradas”.

e) ¿Cómo hiciste para contarlos? ____

f) ¿Hay otra forma más sencilla para contarlos? __________________________________

g) ¿Se requieren las cuatro medidas para contarlos más rápido? _______________________

h) ¿Cuántas medidas se requieren? ____

i) ¿Las medidas de sus lados son iguales? ____

j) ¿Qué nombre se le puede poner a cada lado? ____________________________________

k) ¿Se puede construir una fórmula para calcular el área de cualquier cuadrado? __________

l) ¿Qué letras se usarían para simbolizar la fórmula? _______________________________

m) Escribe la fórmula para calcular el área de cualquier cuadrado: ____

Calculando el contorno de los espejos

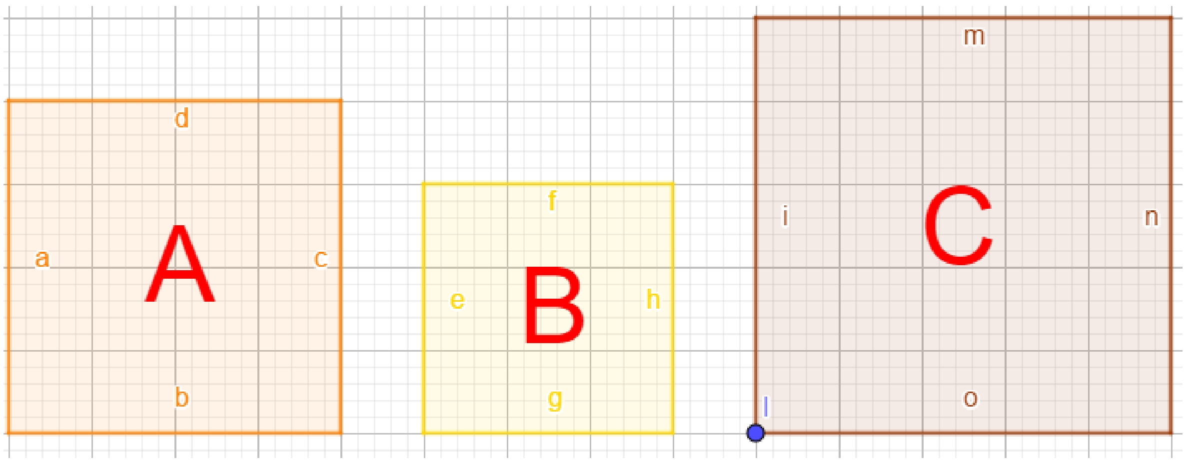


Figura 4. Cuadrados construidos con Geogebra, versión 4.0

n) ¿Cuánto mide el contorno del cuadrado A? _____________________________________

ñ) ¿Cuánto mide el contorno del cuadrado B? _____________________________________

o) ¿Cuánto mide el contorno del cuadrado C? _____________________________________

A esta medida se le llama *perímetro.*

p) ¿Cuáles lados son iguales? ____

q) Escribe la fórmula pare calcular el perímetro de cualquier rectángulo: ________________

Dependiendo de las letras utilizadas para la simbología de cada lado, la fórmula podría quedar así: $\boldsymbol{P = 4\, l}$.

Con tijeras y pegamento

Casarrubias (2015), al iniciar el cálculo del área de un triángulo, muestra tres cuadriláteros: cuadrado, rectángulo y romboide, con una diagonal trazada a cada uno de ellos y mencionando que dicho segmento divide al cuadrilátero en dos triángulos iguales (congruentes).

Para esta actividad solamente se toma al rectángulo y con una diagonal en la figura A y en los otros dos, se traza un triángulo que tiene como base a la misma del rectángulo y el vértice se encuentra en un punto del lado opuesto a la base. Se énfasis en la observación de los triángulos que se forman al interior del rectángulo, para el caso de los incisos B y C, los triángulos menores conforman el área del triángulo mayor, por eso en su construcción de la fórmula, resulta un número dos como divisor.

Observa las siguientes figuras geométricas y contesta cada una de las interrogantes planteadas:

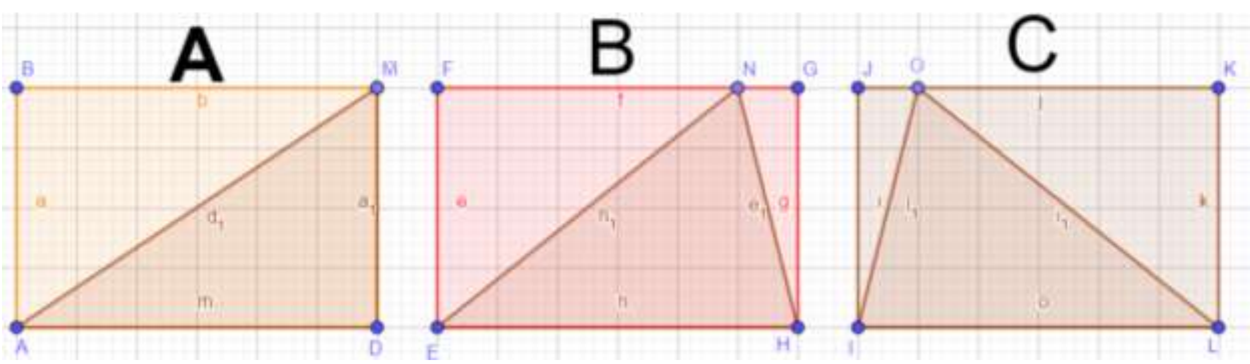


Figura 5. Triángulos inscritos en rectángulos construidos con Geogebra, versión 4.0

a) ¿Qué figuras observas en A, B y C? ____

b) ¿Qué área tiene cada uno de los rectángulos? ______________________________

c) ¿Cuántos triángulos hay en la figura A? ______________________________

d) ¿Cómo son entre sí las figuras encontradas en la figura A? ______________________________

e) ¿Qué parte del área es el triángulo ADM con respecto al del rectángulo? ______________

f) ¿Cuál es el área del triángulo ADM y por qué? ______________________________

En la figura B

g) ¿Cuántos triángulos tiene? ______________________________

Colorea los triángulos EFN y GHN, recórtalos y pégalos dentro del triángulo EHN.

h) ¿Se pudieron pegar los dos triángulos? ______________________________

i) ¿Qué significa que el área sobrante del triángulo EHN sea igual en área al resto del rectángulo? ______________________________

En la figura C

j) ¿Cuántos triángulos tiene? ______________________________

Colorea los triángulos IJO y LKO, recórtalos y pégalos dentro del triángulo IOL.

k) ¿Se pudieron pegar los dos triángulos? ______________________________

¿Qué significa que el área sobrante del triángulo IOL sea igual en área al resto del rectángulo? ______________________________

Pag Revista Iberoamericana de Producción Académica y Gestión Educativa
ISSN: 2007 - 8412

Construyendo la fórmula para calcular el área de un triángulo

l) ¿Las alturas de los triángulos del inciso anterior son iguales que la altura de los rectángulos donde se encuentran inscritos? ____

m) Escribe una letra para simbolizar el lado inferior de los triángulos donde superpusiste los demás triángulos y otra para las alturas: ______________________________

n) Tomando en cuenta las letras antes escritas para calcular el área de los triángulos, escribe su fórmula: ____

El área de un triángulo es igual a la mitad de su producto de la base y la altura; simbolizado puede quedar de la siguiente manera: $\boldsymbol{A = \frac{1}{2}bh.}$

El contorno del triángulo

Observa las siguientes figuras geométricas y contesta cada una de las interrogantes planteadas:

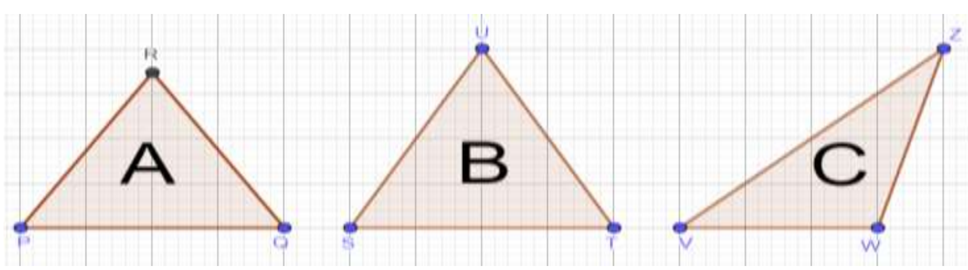


Figura 6. Triángulos construidos con Geogebra, versión 4.0

En cuanto al triángulo A

a) Mide cada uno de sus lados. ¿Cuáles son sus medidas? ______________________________

b) ¿Cómo se llama a este tipo de triángulos? ______________________________

c) Si los tres lados son iguales, ¿cómo se puede simbolizar cada lado? __________________

d) Al sumar las tres letras, ¿cómo se representa simbólicamente? ______________________________

e) Escribe la fórmula para calcular el perímetro (p): ______________________________

Dependiendo de las letras seleccionadas para simbolizar a cada lado, la fórmula puede quedar así: $P = l + l + l$, o también $P = 3l$.

En cuanto al triángulo B

a) Mide cada uno de sus lados. ¿Cuáles son sus medidas? ______________________________

b) ¿Cómo se llama a este tipo de triángulos? ______________________________

c) ¿Cómo se puede simbolizar cada lado del triángulo? ______________________________

d) Al sumar las tres letras, ¿cómo se representa simbólicamente? ______________________________

e) Escribe la fórmula para calcular el perímetro (p): ______________________________

Dependiendo de las letras seleccionadas para simbolizar a cada lado, la fórmula puede quedar así: $P = a + b + b$, o también $P = a + 2b$.

En cuanto al triángulo C

a) Mide cada uno de sus lados. ¿Cuáles son sus medidas? ___________________________

b) ¿Cómo se llama a este tipo de triángulos? _____________________________________

c) ¿Cómo se puede simbolizar cada lado del triángulo? _____________________________

d) Al sumar las tres letras, ¿cómo se representa simbólicamente? ____

e) Escribe la fórmula para calcular el perímetro (p): ____

Dependiendo de las letras seleccionadas para simbolizar a cada lado, la fórmula puede quedar así: $P = a + b + c$.

Un rectángulo en el que se movieron solo dos vértices

Mancera (2018), muestra tres romboides y una secuencia de trazos y cortes, de tal manera que al primero solamente lo expone, al segundo le traza una altura perpendicular a la base cuyo triángulo se corta y se pega al lado derecho del romboide, formando así una figura conocida y que ya se obtuvo el área: rectángulo.

Construye dos figuras geométricas iguales en tu cuaderno, coloréalas de diferente color y contesta cada una de las interrogantes planteadas:

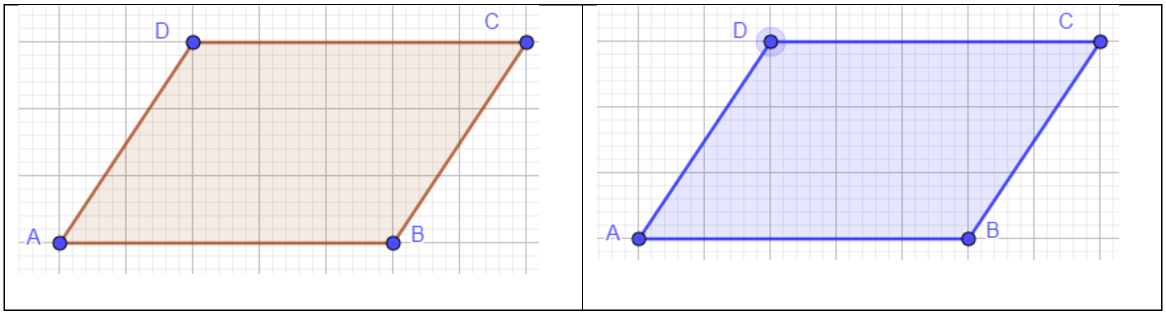


Figura 7. Romboides construidos con Geogebra, versión 4.0

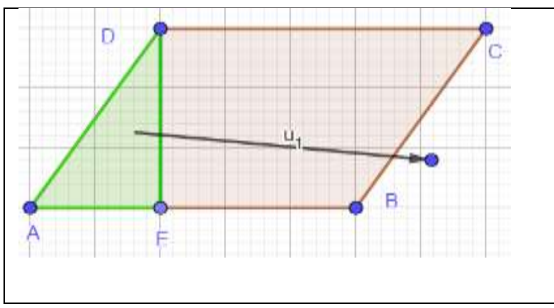
a) ¿Cómo se llaman los cuadriláteros?

____

b) Mide cada uno de sus lados. ¿Cómo son entre sí?

____

Del segundo romboide, traza una perpendicular desde el vértice D hacia la base del romboide; el punto que toca en la base márcalo con la letra E.



Recorta el triángulo ADE y pégalo en la parte derecha del romboide.

c) ¿Qué figura se forma?

____

Figura 8. Construcción que indica el corte del triángulo verde. Geogebra, versión 4.0

La figura que se forma con el triángulo pegado es la siguiente:

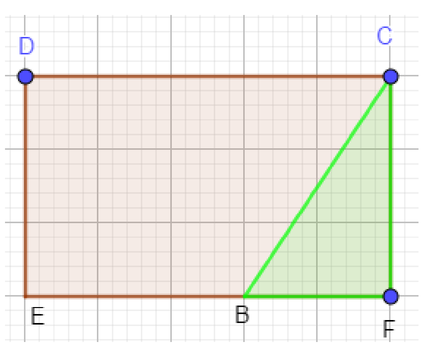


Figura 9. El romboide que se transformó en rectángulo. Geogebra, versión 4.0

d) ¿Cuál es la fórmula del romboide? ____

e) Escribe la fórmula para calcular el área: ___________________________________

f) Escribe la fórmula para calcular el perímetro: ________________________________

También tiene cuatro lados iguales, pero sus ángulos no son rectos

En tu cuaderno, traza dos figuras iguales a la siguiente:

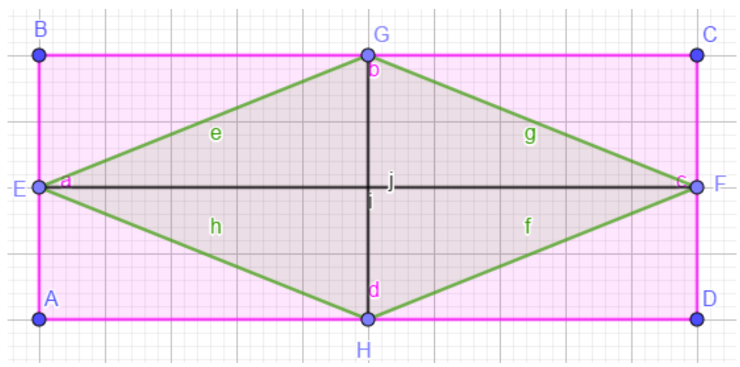


Figura 10. El rombo inscrito en un rectángulo. Geogebra, versión 4.0

a) ¿Cómo se llama el cuadrilátero rosa?

____

b) ¿Cómo se llama el cuadrilátero verde?

____

c) ¿Cuántos triángulos hay en total?

____

d) ¿Cuántos triángulos tiene el cuadrilátero rosa?

____

e) ¿Cuántos triángulos tiene el cuadrilátero verde?

____

f) ¿Los triángulos tienen la misma área? ________. Argumenta tu respuesta:

____

g) Recorta los triángulos de color rosa y pégalos en los de color azul. ¿Se cubre el rombo en su totalidad? ________. ¿Qué significa eso?

____

h) Al construir la fórmula, ¿cuántas diagonales se pueden trazar al rombo? _______. ¿Miden igual? ____

i) ¿Cómo se les pude llamar a cada una de ellas?

____

j) ¿Las diagonales tienen alguna relación de magnitud con los lados del rectángulo?

____

k) ¿En qué se parecen?

____

____

l) Simboliza con una letra a cada diagonal:

____

m) Escribe la fórmula para calcular el área del rombo:

____

La fórmula para calcular el área del rombo puede ser la siguiente: $A = \frac{Diagonal\ mayor\ (diagonal\ menor)}{2}$

El contorno del rombo

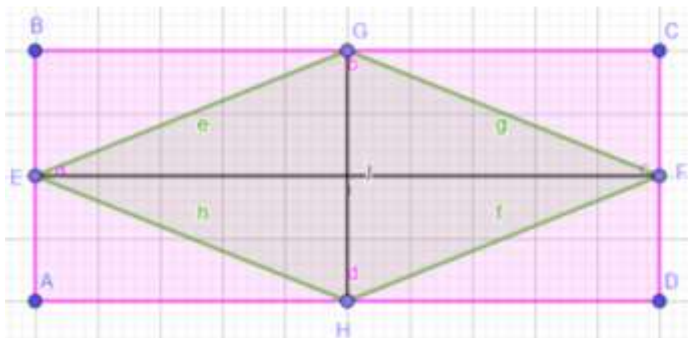


Figura 11. Análisis de los lados del rombo. Geogebra, versión 4.0

n) Si los segmentos son iguales (e = f = g = h), ¿cómo se pueden simbolizar con una letra?

____

o) Entonces, la fórmula quedaría:

P =____

El perímetro del rombo puede calcularse con la misma fórmula del cuadrado, puesto que tienen las mismas características, cuatro lados iguales: $\boldsymbol{P = 4l}$.

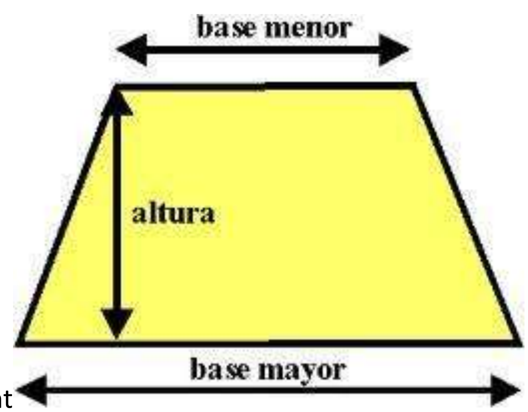
Las mesas de las escuelas normales

Revista Iberoamericana de Producción Académica y Gestión Educativa
ISSN: 2007 - 8412

Figura 12. Mesas trapezoidales.

Fuente: https://www.equipamientostapia.es/producto.php/es/Mesa-trapezoidal/4452

Marínez y Carrasco (2018), para calcular el área del trapecio, propone que los estudiantes construyan en papel milimétrico un trapecio, recordándoles que el cuadrilátero tiene dos lados paralelos y que posteriormente realicen una copia para juntarlos y formen un romboide, de esta manera podrán obtener el área del trapecio, que es precisamente el objetivo de la actividad.



cont

Figura 13. Elementos del trapecio

Fuente: https://sites.google.com/site/poligonosmarin/cuadrilateros/trapecio

a) ¿Qué forma tienen las mesas de la figura 12? ____

Revista Iberoamericana de Producción Académica y Gestión Educativa
ISSN: 2007 - 8412

b) ¿Cómo se llaman sus lados? ____

c) Construye dos figuras iguales en tu cuaderno y coloréalas con diferente color.

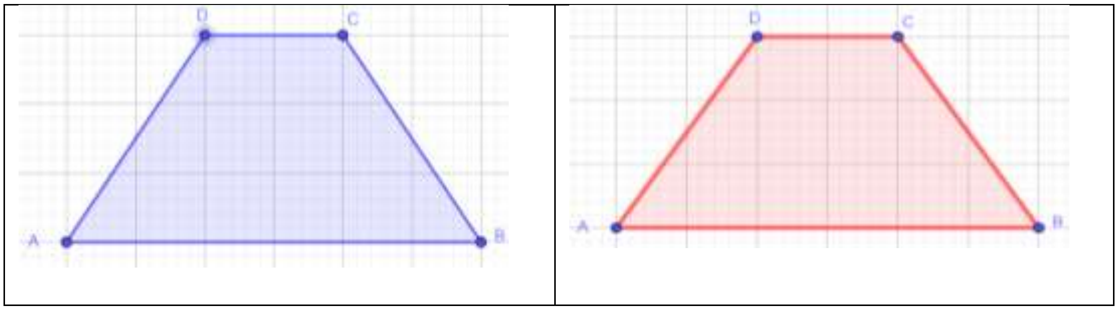
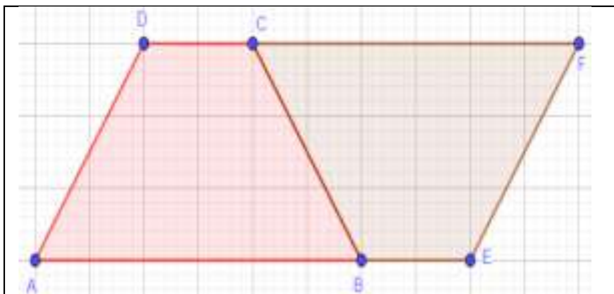


Figura 14. Trapecios isósceles. Geogebra, versión 4.0



d) ¿Qué figura se forma al unir los dos trapecios? _______________

e) ¿Cómo se calcula el área total de la figura? ____________________________

Figura 15. Dos trapecios forman un romboide. Geogebra versión 4.0

Con los siguientes elementos construye la fórmula para calcular el área del trapecio:

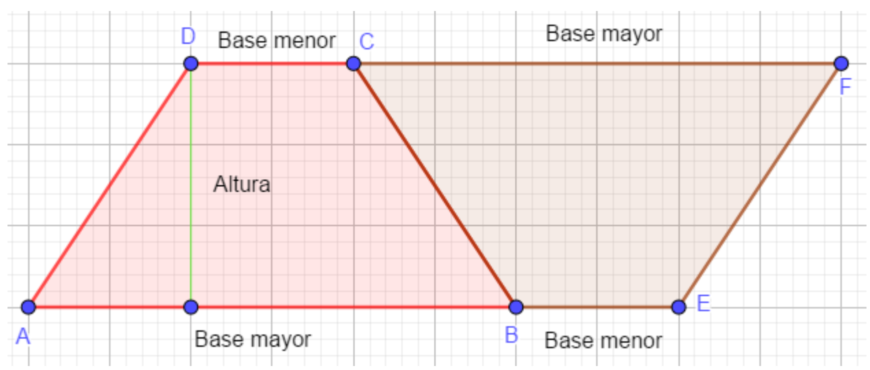


Figura 16. El romboide para construir la fórmula del trapecio. Geogebra versión 4.0

f) Escribe simbólicamente las siguientes palabras: Área: _____ Base mayor: ________

Base menor: _________ Altura: ____

g) Con las letras que seleccionaste, sustituye en la fórmula siguiente:

A = base x altura

$A =$ ______________________________

h) Si se quiere conocer el área de un solo trapecio, ¿qué se debe de hacer y por qué?

____

i) Escribe la fórmula que puede ayudar a calcular el área de un trapecio:

____

La fórmula puede quedar así: $A = \frac{(Base\ mayor + base\ menor)altura}{2}$

El contorno del trapecio

De las siguientes figuras geométricas, mide cada uno de los lados y contesta las interrogantes planteadas:

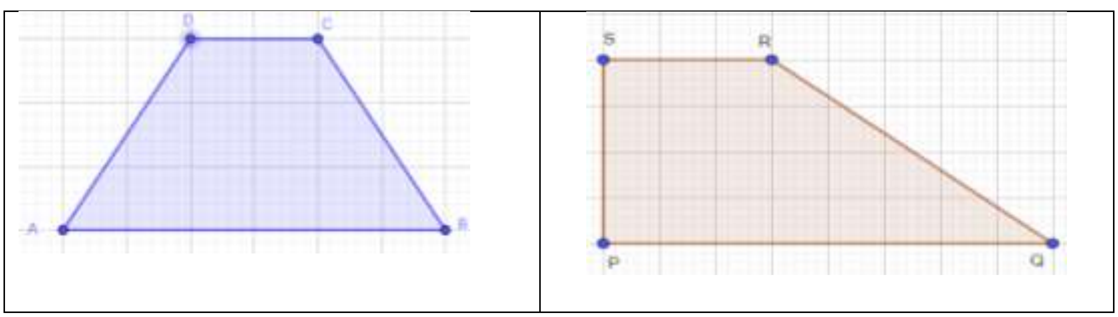


Figura 17. Trapecio isósceles y trapecio rectángulo. Geogebra, versión 4.0

a) ¿Cuánto mide cada segmento? $\overline{AB} =$ ____, $\overline{BC} =$ ____, $\overline{CD} =$ ____ y $\overline{AD} =$ _____

b) ¿Cuánto mide cada segmento? $\overline{PQ} =$ ____, $\overline{QR} =$ ____, $\overline{RS} =$ ____ y $\overline{PR} =$ _____

c) ¿Cuánto suman los siguientes segmentos? $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{AD} =$ ____________

d) ¿Cuánto suman los siguientes segmentos? $\overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{RS} + \overline{PR} =$ ____________

Pag
Revista Iberoamericana de Producción Académica
y Gestión Educativa
ISSN: 2007 - 8412

e) ¿Cómo se puede crear una fórmula para calcular el perímetro de un trapecio? ____

Si fuera un trapecio isósceles, como en el primer caso, la fórmula puede quedar así: $\boldsymbol{A = a + b + c + c}$; mientras que en el segundo caso puede ser así: $A = \boldsymbol{a + b + c + d}$.

Triángulos que forman polígonos

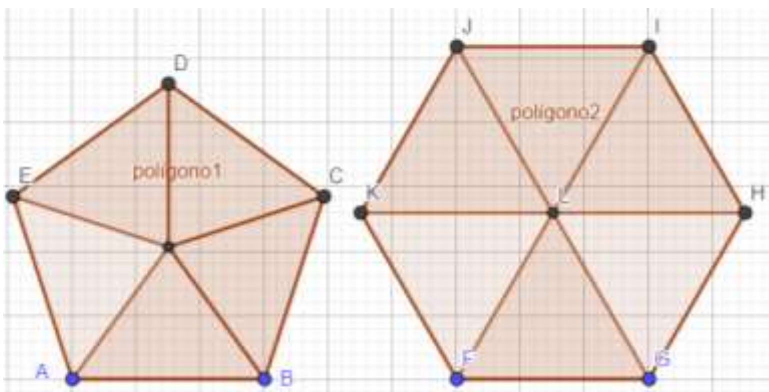


Figura 18. Polígonos regulares. Geogebra, versión 4.0

a) ¿Cómo se llaman los polígonos? ____

Cópialos en tu cuaderno, coloréalos y mide cada uno de sus lados, así como la medida de la altura de cada triángulo.

b) ¿Cuánto miden cada segmento del polígono 1?

$$\overline{AB} = \_\_\_\_, \overline{BC} = \_\_\_\_, \overline{CD} = \_\_\_\_\ \overline{DE} = \_\_\_\_\ \overline{EA} = \_\_\_\_$$

Medida de la altura: ___________

c) ¿Cuánto mide cada segmento del polígono 2?

$$\overline{FG} = \_\_\_\_, \overline{GH} = \_\_\_\_, \overline{HI} = \_\_\_\_ \ \overline{IJ} = \_\_\_\_ \ \overline{JK} = \_\_\_\_ \ \overline{KL} = \_\_\_\_$$

Medida de la altura: _________

Con respecto al pentágono

d) ¿Qué tipos de triángulos se forman? ___________________________________

e) ¿Cuál es el área de cada triángulo? ____________________________________

f) ¿Cuál es el área del pentágono? _______________________________________

Con respecto al hexágono

g) ¿Qué tipos de triángulos se forman? ___________________________________

h) ¿Cuál es el área de cada triángulo? ____________________________________

i) ¿Cuál es el área del hexágono? ____

Recorta los triángulos internos de cada polígono y fórmalos en una fila, de la siguiente manera:

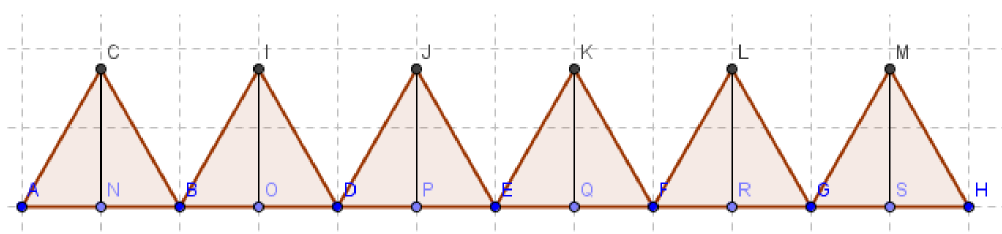


Figura 19. Triángulos que forman al hexágono. Geogebra, versión 4.0

j) Escribiendo la fórmula para calcular el área de cada triángulo, se notaría así:

$$\boldsymbol{A} = \frac{\boldsymbol{bx}(\ )}{\mathbf{2}} + \frac{\boldsymbol{bx}(\ )}{\mathbf{2}} + \frac{\boldsymbol{bx}(\ )}{\mathbf{2}} + \frac{\boldsymbol{bx}(\ )}{\mathbf{2}} + \frac{\boldsymbol{bx}(\ )}{\mathbf{2}} + \frac{\boldsymbol{bx}(\ )}{\mathbf{2}}$$

k) Suma las fracciones:

$$\boldsymbol{A = \frac{bx(\,) + bx(\,) + bx(\,) + bx(\,) + bx(\,) + bx(\,)}{2}}$$

l) Factoriza el numerador tomando como término común a la altura

$$\boldsymbol{A = \frac{hx(b + b + \,)}{2}}$$

m) Sumando todas las bases de los triángulos, ¿a qué es igual en el hexágono? ____

n) Simbólicamente podemos decir que $\boldsymbol{b + b + \; b + b + b + b =}$____

o) ¿Cómo se le conoce a la altura de cada triángulo en el polígono? ____

p) Simbólicamente se puede decir que $h =$____________________________________

Entonces, se puede sustituir en la fórmula de la siguiente forma: $\boldsymbol{A = \frac{(\,)(\,)}{2}}$

La fórmula para calcular el área de un polígono regular puede ser escrita así: $A = \frac{(Perímetro)(Apotema)}{2}$

Conamat (2016), puede ser de gran apoyo para entender las operaciones aritméticas y algebraicas que se han llevado a cabo, para la construcción de la fórmula del área del hexágono y en general para cualquier polígono regular

En resumen, Cetina y Jiménez (2018), menciona lo siguiente: “el área de cualquier polígono regular, se obtiene a partir de la fórmula del área del triángulo. El área del polígono regular será

ISSN: 2007 - 8412

igual al área de uno de los triángulos que lo forman multiplicado por el número de triángulos que cubre la figura. Cuando se trata de un polígono regular llamamos apotema a la altura del triángulo”

El contorno de las figuras geométricas regulares

Castañeda y González (2018), muestran en su obra diversos polígonos regulares con medidas literales donde solicitan el cálculo del perímetro de cada uno de ellos, la intención es la construcción algebraica de la fórmula.

Garza (2015) define a los polígonos regulares desde el punto de vista etimológico diciendo que:

> “… proviene de las raíces *poly´s* que significa “muchos” y *gonia* que significa “ángulos”; por lo tanto, es un trazo que contiene muchos ángulos. También se define como la figura plana limitada por una curva cerrada, llamada línea poligonal o contorno”

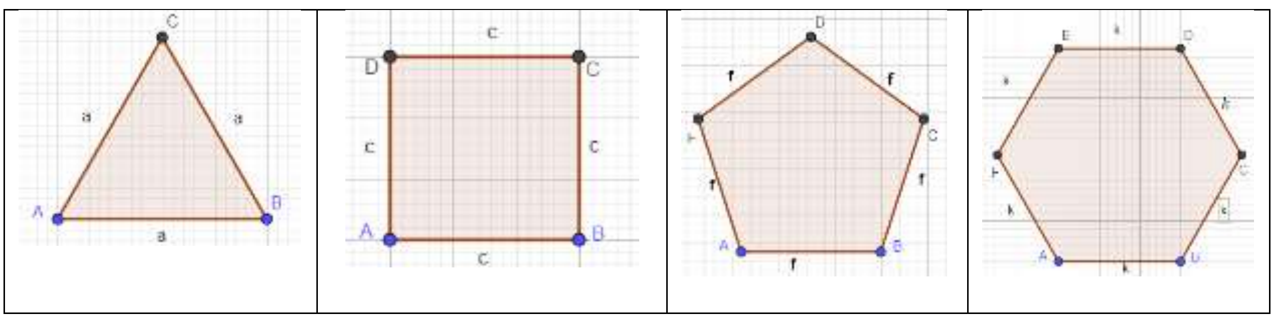


Figura 20. Polígonos regulares. Geogebra, versión 4.0

Escribe en cada columna los símbolos que correspondan			
Lado: ____a______	Lado: ______________	Lado: _____________	Lado: ____________
Perímetro: __a+a+a__ Perímetro: 3a__	Perímetro: _________ Perímetro: ___________	Perímetro: _________ Perímetro: _______	Perímetro: _______ Perímetro: _______

a) ¿El número de lados de la figura geométrica influye en la fórmula del perímetro? ______

b) Escribe una letra para simbolizar el número de lados de cualquier polígono regular: _____

c) Con una letra simboliza la medida de cada lado de cualquier polígono regular: _________

d) Cómo se expresaría la fórmula para calcular el perímetro de un polígono regular: _______

La fórmula para calcular el perímetro de un polígono regular puede quedar así:

$$Perímetro = Número\ de\ lados\ x\ la\ medida\ de\ cada\ lado.$$

La que nunca cambia

Construye tres circunferencias con los datos de la siguiente tabla; mide lo que se pide y obtén el cociente.

Radio (r)	Circunferencia (c)	Diámetro (d)	$\frac{Circunferencia}{Diámetro} = \frac{c}{d}$
5 cm			
6 cm			
7 cm			

Tabla 1. Elementos del círculo y cociente de la circunferencia y diámetro

a) ¿Qué valor se obtiene en la cuarta columna? ____

b) Si realizaras más circunferencias diferentes, ¿crees que el cociente cambiaría? ____

Este valor es una constante que los griegos denominaron con la letra $\boldsymbol{\pi}$ (*pi*), la cual tiene un valor aproximado de **3.141596…**

c) De la última columna de la tabla anterior se deduce que $\frac{Circunferencia}{Diámetro} = \pi$

d) Despeja la circunferencia: $Circunferencia = (\ )\ \pi$

e) ¿Cuántas veces cabe el radio en el diámetro? ______________________________

f) Entonces, podemos afirmar que el diámetro es dos veces el

____

g) Simbólicamente $d = 2\ (\ )$

h) Esto significa que el cálculo de la circunferencia se puede hacer de dos formas:

- Tomando en cuenta el diámetro: $Circunferencia = (\ )\ \pi$
- Tomando en cuenta el radio: $Circunferencia = (\ )\ \pi$

Las fórmulas para calcular la circunferencia pueden quedar de la siguiente manera:

$$\boldsymbol{C = \pi d, C = 2\pi r.}$$

Se escriben primero las constantes y después las variables.

En el libro de la SEP (2018) de Telesecundaria, les presentan a los alumnos cuatro círculos donde les piden que midan con un trozo de listón, estambre o hilo el contorno y después dividan por la medida del diámetro, para obtener un cierto número, este es el valor de π (un número irracional, porque no se puede expresar como una fracción, es decir, es un decimal no periódico)

De número de lados infinitos

En un círculo se pueden construir polígonos regulares inscritos de n lados, al dividir $360°$ entre el número de lados que tenga el polígono, por ejemplo:

Pentágono: $\frac{360°}{5} = 72°$

Hexágono: $\frac{360°}{6} = 60°$

Polígono de n lados: $\frac{360°}{n} = Medida\ del\ ángulo\ central.$

Es recomendable que al construirla en el cuaderno sea una de mayor tamaño para trazar los ángulos centrales adecuadamente.

En la tabla 2, observa los polígonos inscritos en el círculo; infiere lo que puede suceder si el polígono regular aumenta en el número de lados y contesta los incisos correspondientes.

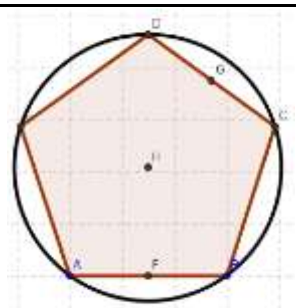
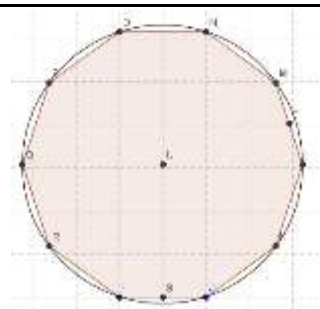
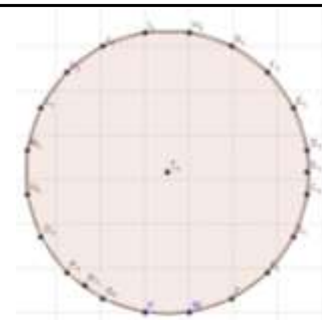
Pentágono	**Decágono**	**Icoságono**
		

Tabla 2. Polígonos regulares inscritos en un círculo. Geogebra, versión 4.0

a) ¿En cuál polígono su perímetro se aproxima más a la medida de la circunferencia en la que se encuentra inscrito? ____

b) Si el polígono regular tuviera 40, 80 o 200 lados, ¿qué representaría el segmento que une al centro con un lado del triángulo? ____

c) ¿Qué representa la suma de las bases de los triángulos que conforman el contorno del círculo? ____

d) Entonces, ¿la curva se conforma de segmentos pequeñísimos? ____

e) Si sabemos que **la suma de las bases (b)** es igual al perímetro (p), ¿en el círculo cómo se conoce? ____

f) Fórmula para calcular el área de un triángulo: $A = \frac{(\ )(\ )}{2}$

g) La suma de las bases es igual a la circunferencia: b =_______= $2\,\pi\, r$

h) La altura de cada triángulo es igual al radio del círculo: h = ___

Sustituir las variables de la fórmula del primer renglón en términos de *r*:

$A = \frac{}{2}$

Realiza la multiplicación en el numerador: $A = \frac{}{2}$

i) Resultado de la división: $A =$ _______

La fórmula para calcular el área del círculo se puede escribir de la siguiente manera: $A = \pi r r \text{ o también } A = \pi r^2$

Resultados de la intervención docente

Los veinte alumnos de la licenciatura en Educación Secundaria con especialidad en Telesecundaria del cuarto semestre (ciclo escolar 2017-2018) siempre estuvieron entusiasmados por las actividades didácticas realizadas, ya que estas fueron prácticas, motivadoras, reflexivas y promovieron la construcción de conocimientos. En concreto, se puede señalar que 80 % de los estudiantes que participaron desarrollaron las cuatro competencias indicadas en el plan de estudios 2011 que se aplica en la educación secundaria; estas son:

a) Resolver problemas de manera autónoma.
b) Comunicar información matemática.
c) Validar procedimientos y resultados.
d) Manejar técnicas eficientemente.

Discusión

La primera y segunda fórmula que construyeron los estudiantes (rectángulo y cuadrado) fueron realizadas con mucha seguridad y gusto; sin embargo, cuando llegaron a la tercera (triángulo) empezaron a surgirles dudas; es decir, el trazo de la primera diagonal daba la certeza de que el área del triángulo correspondía a la mitad del área del rectángulo, pero con los otros dos triángulos no podían estar seguros. De este modo surgió la discusión en torno a si se continuaba aceptando la primera opinión; entonces, se realizaron los recortes y la superposición de los dos triángulos para llenar el área del triángulo principal.

En el área del triángulo se enfocó más la atención para entender exactamente por qué la base se multiplicaba por la altura y por qué el producto se dividía entre dos. Esta figura es la base para construir las demás fórmulas, por lo que era importante ser tratada con mayor énfasis.

En cuanto al romboide, el rombo y el trapecio, estas figuras no presentaron dificultad para construir las fórmulas de área y perímetro, pero sí llamó la atención el trazo de una línea auxiliar al romboide para descomponerlo y formar posteriormente un rectángulo; por eso, es la misma fórmula ($A = bh$) para calcular el área.

Al llegar a los polígonos regulares, el triángulo juega un papel fundamental para construir la fórmula. Para este caso, la suma de fracciones y la factorización fue de suma importancia para llegar a la famosa fórmula $A = \frac{p(a)}{2}$.

En el caso de la circunferencia y el círculo, se tuvo que revisar el origen del valor de π, porque esta constante iba a emplearse en la fórmula del área. El proceso fue interesante para llegar hasta esta fórmula.

Conclusiones

El trabajo realizado con los estudiantes de la licenciatura en Educación Secundaria con especialidad en Telesecundaria de la Escuela Normal Urbana Federal Prof. Rafael Ramírez (ciudad de Chilpancingo, Gro., México) fue exitoso debido al logro de los conocimientos adquiridos, pues permitió analizar de manera colectiva e individual las siguientes relaciones:

En el rectángulo y cuadrado: La cantidad de pequeños cuadrados que están dentro corresponden a la medida del área de la figura geométrica. En este caso, no hubo dificultades para la construcción de la fórmula.

En el triángulo: Este constituyó una primera dificultad para calcular el área porque no posee cuadrados completos; por ello, se comenzó trazando una diagonal al rectángulo para que el estudiante observara que el rectángulo se había dividido en dos partes iguales, por lo que el área de cada triángulo correspondía a la mitad del área del rectángulo.

En el rombo y romboide: El triángulo se utiliza fundamental para construir la fórmula de cálculo del área; en el primero se construye dentro de un rectángulo, mientras que en el segundo se corta una parte del romboide en forma de triángulo para agregarla al otro lado, de tal manera que se elabora un rectángulo. Por eso, la fórmula del romboide es la misma que la del rectángulo.

En el trapecio: En este se utiliza exclusivamente el romboide para dar una mejor idea de construcción de la fórmula, puesto que es un trapecio isósceles.

En los polígonos regulares: El triángulo, la suma de fracciones, la sustitución de variables y la factorización fueron elementos importantes para dar mayor formalidad a la construcción de la fórmula siguiente: $A = \frac{Perímetro\ x\ apotema}{2}$.

En la circunferencia: Este tema se trató con la finalidad de obtener el valor de π, constante sin la cual no se puede construir la fórmula del área del círculo.

En el círculo: Se trazaron tres polígonos (pentágono, decágono e icoságono) para observar cómo los lados del polígono se iban acercando a la circunferencia conforme se incrementaban los lados del polígono.

En síntesis, se puede indicar que la construcción de las fórmulas y el interés de los estudiantes fueron dos factores importantes para el logro de los propósitos planteados. Al respecto, vale acotar que en muchas propuestas se enfatiza solo el dominio del campo disciplinar; sin embargo, en esta experiencia se cuidó también lo socioemocional, es decir, cómo aprende el estudiante y cómo establece relaciones de calidad con sus compañeros.

Por último, se puede señalar que este estudio ha contribuido a formalizar una futura línea de investigación denominada *Modelación matemática de cuerpos geométricos*, la cual se basará en los resultados aquí reportados, puesto que para modelar la fórmula del volumen se debe calcular el área de las bases, las cuales siempre corresponden a polígonos.

Referencias

Baldor, A. (1992). *Geometría plana y del espacio y trigonometría. Cuadrilátero.* México. Ediciones de Cultura Popular.

Casarrubias, A. (2015). Complemento matemático 2. Cuaderno de trabajo. Secundaria. México. Editorial Casarrubias.

Castañeda, A. y González, R. (2018). Matemáticas 1. Soy protagonista. México. Editorial SM de Ediciones S.A. de C.V.

Cetina, D. y Jiménez, E. (2018). Matemáticas 1. Secundaria. Serie aprender a ser. México. Editorial Editores.

Conamat (2016). *Matemáticas simplificadas* (2.ª ed.). México: Pearson.

Garza, B. (2015). Geometría y trigonometría. Matemáticas II. Educación Media Superior. México. Editorial Pearson Educación de México S. A. de C.V.

Godino, J. (Dir.) (2002). *Geometría y didáctica para sus maestros. Manual para el estudiante.* España: Universidad de Granada

Hohenwarter, M. y Hohenwarter, J. (2009). *Documento de ayuda de Geogebra. Manual oficial de versión 3.2*. Recuperado de https://www.academia.edu/7891097/Documento_de_Ayuda_de_GeoGebra_Manual_Oficial_de_la_Versi%C3%B3n_3.2.

Mancera, E. y Basurto E. (2018). Matemáticas 1. Interacciones. Primer grado. Secundaria. México. Editorial Pearson.

Martínez, P. y Carrasco, G. (2018). Matemáticas 1. Secundaria. De la Serie Espiral del Saber. México. Editorial Santillana S. A. de C. V.

SEP (2018). Matemáticas Telesecundaria. Primer grado. México. Editorial Dirección General de Materiales Educativos de la SEP

Secretaría de Educación Pública [SEP] (2011). *Programas de estudios 2011. Guía para el maestro*. Educación Básica Secundaria. Matemáticas. México.

Trapecio. (15 de Mayo de 2018). https://sites.google.com/site/poligonosmarin/cuadrilateros/trapecio

Mesa Trapezoidal, M. (15 de Mayo de 2018). Fuente https://www.equipamientostapia.es/producto.php/es/Mesa-trapezoidal/4452